

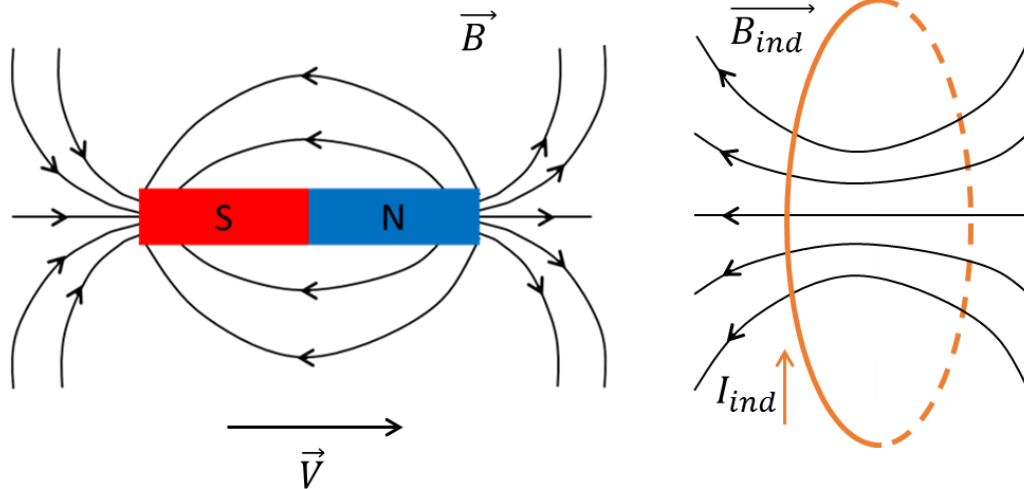
POLE MAGNETYCZNE 3

INDUKCJA ELEKTROMAGNETYCZNA

Indukcja elektromagnetyczna – powstawanie SEM w obwodzie podczas przemieszczania się względem siebie źródła pola magnetycznego i obwodu.

Indukowaną siłę elektromotoryczną nazywamy SEM indukcji!

Prąd indukcyjny – płynie w obwodzie zamkniętym pod wpływem SEM indukcji, jego przepływ powoduje powstanie indukowanego pola magnetycznego.



SEM, prąd i pole magnetyczne indukcji powstają w obwodzie tylko podczas ruchu magnesu!

POLE MAGNETYCZNE 3

1. SEM, prąd indukcyjny i pole indukowane obserwujemy, gdy źródło pola magnetycznego porusza się względem obwodu.
2. Obserwujemy je również, gdy przewodnik porusza się względem pola magnetycznego.

Dla powstania zjawiska indukcji konieczny jest względny ruch źródła pola magnetycznego i przewodnika!

PRAWO FARADAYA

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Gdzie:

ε – siła elektromotoryczna indukcji [V],

Φ_B – strumień wektora indukcji magnetycznej [Wb].

Powstająca w obwodzie siła elektromotoryczna indukcji jest wprost proporcjonalna do szybkości zmian strumienia indukcji magnetycznej!

POLE MAGNETYCZNE 3

Strumień indukcji magnetycznej:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Dla płaskiego obwodu i jednorodnego pola magnetycznego:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Gdzie:

S – powierzchnia obwodu [m^2],

α – kąt między wektorem indukcji magnetycznej i powierzchniowym.

SEM indukcji (zmiany strumienia wektora indukcji) możemy wygenerować zmieniając:

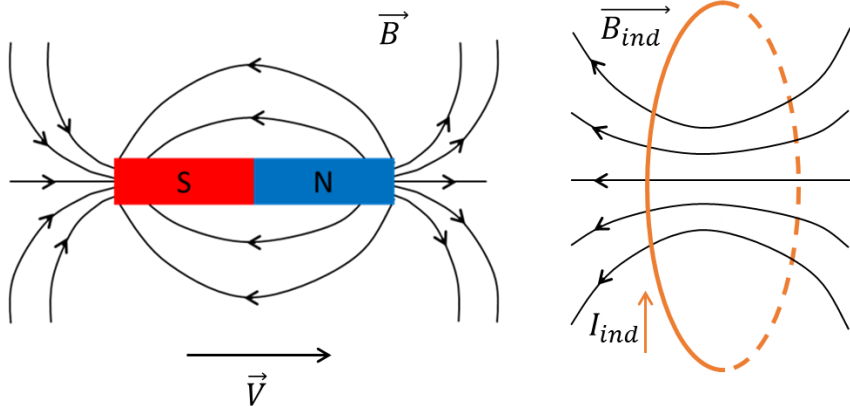
- pole magnetyczne,
- powierzchnię obwodu (zmienia się liczba linii pola magnetycznego przenikających przez powierzchnię),
- obrót obwodu w polu magnetycznym (zmienia się α).

REGUŁA LENTZA

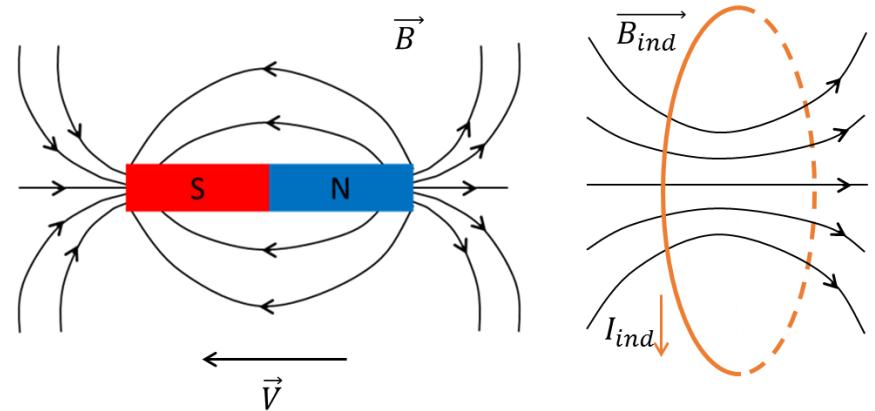
Reguła Lentza – prąd indukowany ma taki kierunek, że wytwarzany przez niego własny strumień magnetyczny przeciwdziała pierwotnym zmianom strumienia, które go wywołały.

Reguła Lentza pozwala wyznaczyć kierunek przepływu prądu indukacji i kierunek indukowanej w obwodzie SEM!

Zbliżanie magnesu



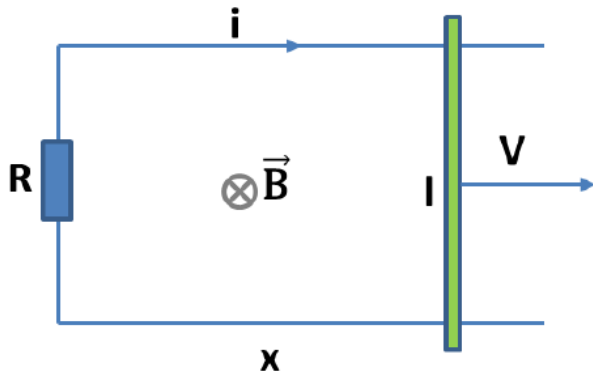
Oddalanie magnesu



POLE MAGNETYCZNE 3

Przykład 1.

Po dwóch równoległych poziomych szynach, oddalonych od siebie o $l = 1 \text{ m}$ i połączonych oporem $R = 100 \Omega$, ślizga się z prędkością $V = 10 \text{ m/s}$ metalowa poprzeczka. Oblicz natężenie prądu płynącego w układzie, jeżeli jest on umieszczony w prostopadłym polu magnetycznym o indukcji $B = 10^{-3} \text{ T}$.



$$\Phi_B = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

$$\alpha = 0^\circ$$

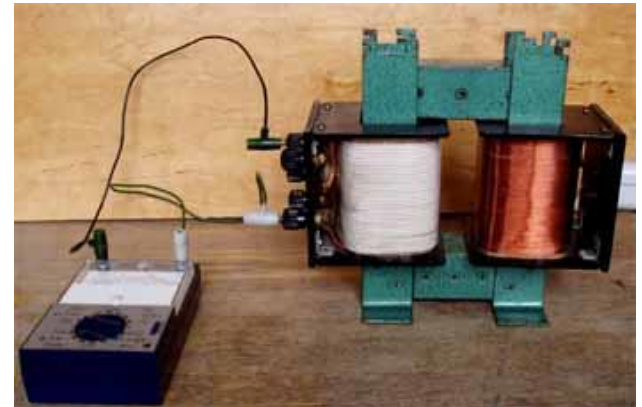
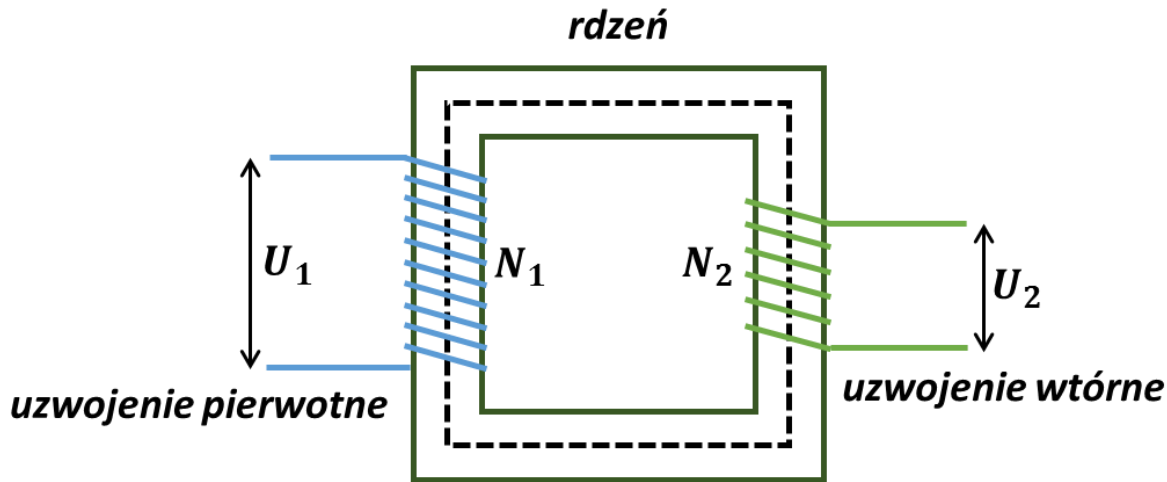
$$\Phi_B = B \cdot l \cdot x$$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(B \cdot l \cdot x) = B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt} = B \cdot l \cdot V$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B \cdot l \cdot V}{R} = \frac{10^{-3} \cdot 1 \cdot 10}{100} = 10^{-4} \text{ A}$$

TRANSFORMATOR

Transformator – dwie cewki nawinięte na tym samym rdzeniu (często jedna na drugiej), z których jedna jest zasilana prądem przemiennym. Zmienny prąd wytwarza w cewce zmienne pole magnetyczne, które wywołuje SEM indukcji w drugiej cewce.



Jeśli cewki są nawinięte jedna na drugiej, to obejmują te same linie pola B i zmiana strumienia magnetycznego jest w nich jednakowa!

POLE MAGNETYCZNE 3

$$U_1 = -N_1 \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$U_2 = -N_2 \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Gdzie:

N_1, N_2 – liczba zwojów w cewce pierwotnej i wtórnej.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Dobierając odpowiednio ilość zwojów w cewkach możemy zamieniać małe napięcia na duże i odwrotnie!

Łatwość zmiany napięć jest jednym z powodów, że powszechnie stosujemy prąd przemienny!

POLE MAGNETYCZNE 3

INDUKCYJNOŚĆ WŁASNA

Prąd płynący w pojedynczym obwodzie wytwarza własny strumień magnetyczny przenikający przez ten obwód, więc zjawisko indukcji może wystąpić również w przypadku pojedynczego obwodu!

Zjawisko indukcyjności własnej – zmienne natężenie prądu przepływającego przez obwód powoduje zmiany wytworzonego przez ten prąd strumienia pola magnetycznego, czyli powoduje powstanie SEM (siła elektromotoryczna samoindukcji).

Dla obwodu o N zwojach:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Całkowitym strumień zawarty w obwodzie jest proporcjonalny do natężenie prądu płynącego przez obwód!

$$N \cdot \Phi_B = L \cdot I$$

POLE MAGNETYCZNE 3

$$N \cdot \Phi_B = L \cdot I$$

Gdzie:

L – stała proporcjonalności, współczynnik indukcji własnej, współczynnik samoindukcji [H].

$$L = N \cdot \frac{\Phi_B}{I}$$

Jednostką indukcyjności jest henr [H]!

$$N \cdot \frac{d\Phi_B}{dt} = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

POLE MAGNETYCZNE 3

Przykład 2.

Znajdź zależność na współczynnik indukcyjności własnej cewki o N zwojach, długości l i przekroju poprzecznym S , jeśli przez cewkę płynie prąd o natężeniu I .

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I$$

$$\Phi_B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \cdot S$$

$$L = N \cdot \frac{\Phi_B}{I}$$

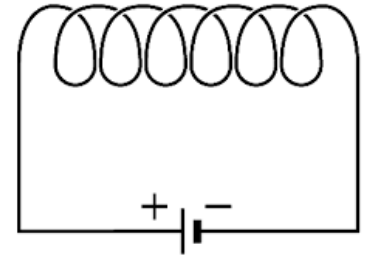
$$L = N \cdot \frac{\mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \cdot S}{I} = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l}$$

POLE MAGNETYCZNE 3

ENERGIA POLA MAGNETYCZNEGO

Prąd w obwodzie narasta od 0 do wartości maksymalnej I_0 . Towarzyszy temu powstanie na końcach cewki różnicy potencjałów ΔV !

$$\Delta V = -\varepsilon = L \cdot \frac{dI}{dt}$$



Praca jaką należy wykonać nad ładunkiem dq , aby pokonać różnice potencjałów ΔV :

$$dW = dq \cdot \Delta V = dq \cdot L \cdot \frac{dI}{dt} = L \cdot dI \cdot \frac{dq}{dt} = L \cdot dI \cdot I$$

$$W = \int_0^{I_0} L \cdot I \cdot dI = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$$

Energię pobraną ze źródła SEM ładunek przekazuje cewce, której energia wzrasta o $\frac{1}{2} L \cdot I_0^2$!

POLE MAGNETYCZNE 3

GĘSTOŚĆ ENERGII POŁA MAGNETYCZNEGO

$$w_B = \frac{W_B}{S \cdot l} = \frac{\frac{1}{2} L \cdot I^2}{S \cdot l}$$

$$L = N \cdot \frac{\Phi_B}{I} = \frac{N \cdot B \cdot S}{I}$$

$$w_B = \frac{W_B}{S \cdot l} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{N \cdot B \cdot S}{I} \cdot I^2}{S \cdot l} = \frac{\frac{1}{2} \cdot N \cdot B \cdot I}{l}$$

$$w_B = \frac{\frac{1}{2} \cdot B \cdot \mu_0 \cdot N \cdot I}{\mu_0 \cdot l}$$

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I$$

POLE MAGNETYCZNE 3

$$w_B = \frac{\frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot B \cdot N \cdot I}{\mu_0 \cdot l} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot B \cdot N \cdot I}{\mu_0 \cdot l} = \frac{\frac{1}{2} \cdot B^2}{\mu_0}$$

Jeżeli w przestrzeni istnieje pole magnetyczne o indukcji B , to w jednostce objętości tej przestrzeni jest zmagazynowana energia:

$$w_B = \frac{\frac{1}{2} \cdot B^2}{\mu_0}$$

OBWÓD LC

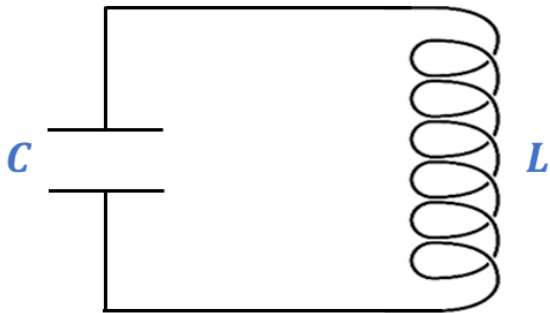
Obwód LC – obwód złożony z cewki o indukcyjności L i kondensatora o pojemności C (opór elektryczny $R = 0$).

Warunki początkowe:

- ładunek kondensatora $Q = Q_0$ dla $t = 0$
- $I = 0$ dla $t = 0$

*Cała energia układu
zgromadzona jest w
kondensatorze*

Układ LC



$$W_C(t = 0) = \frac{Q_0^2}{2C}$$

$$W_L(t = 0) = \frac{LI^2}{2} = 0$$

Rozładowywanie kondensatora powoduje spadek ładunku na nim i przepływ prądu w obwodzie!

POLE MAGNETYCZNE 3

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Spadek ładunku na kondensatorze powoduje zmniejszenie ilości zmagazynowanej w nim energii, która zaczyna gromadzić się w cewce (energia pola magnetycznego)!

Dla $Q = 0$ prąd cewki osiąga wartość maksymalną $I = I_{max}$, a energia układu:

$$W_C = 0$$

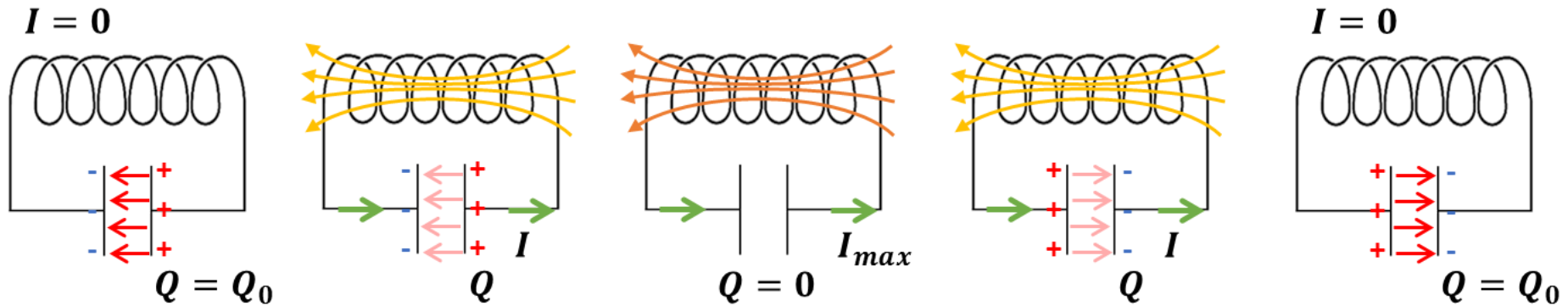
$$W_L = \frac{L \cdot I_{max}^2}{2}$$

Mimo, że kondensator się rozładował prąd w obwodzie dalej płynie!

W cewce powstaje SEM samoindukcji:

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

POLE MAGNETYCZNE 3



1. W chwili początkowej ładunek na kondensatorze jest maksymalny i prąd przez obwód nie płynie.
2. Rozładowywanie kondensatora powoduje przepływ prądu w obwodzie i powstanie SEM samoindukcji.
3. SEM samoindukcji podtrzymuje słabnący prąd i powoduje ponowne ładowanie się kondensatora.
4. Energia przekazywana jest z pola magnetycznego (cewki) do pola elektrycznego (kondensatora).
5. Kiedy ładunek na kondensatorze osiąga ponownie wartość $Q = Q_0$, to prąd znika ($I = 0$) i cała energia zgromadzona jest w kondensatorze!
6. Naładowany przeciwnie kondensator rozładowuje się i proces się powtarza (prąd płynie w przeciwnym kierunku).

POLE MAGNETYCZNE 3

W obwodzie LC zmienia się wartość i znak ładunku na kondensatorze oraz prąd!

W obwodzie mamy do czynienia z oscylacjami (drganiami) ładunku i prądu!

Z prawa Kirchhoffa:

$$U_L + U_C = 0$$

$$L \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

**Równanie analogiczne
do równania oscylatora
prostego**

POLE MAGNETYCZNE 3

Równanie oscylatora harmonicznego prostego i jego rozwiązanie:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$$

$$x = A \cdot \cos\omega_0 t$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Równanie obwodu LC:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

$$q = q_0 \cdot \cos\omega_0 t$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

POLE MAGNETYCZNE 3

Prąd w obwodzie LC:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$I = (q_0 \cdot \cos\omega_0 t)' = q_0 \cdot (-\sin\omega_0 t) \cdot \omega_0$$

$$I = -q_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin\omega_0 t$$

Napięcie na kondensatorze:

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cdot \cos\omega_0 t$$

Napięcie na cewce:

$$U_L = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -L \cdot (-q_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin\omega_0 t)'$$

$$U_L = L \cdot q_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \cos\omega_0 t$$

W obwodzie LC obserwujemy oscylacje pola elektrycznego w kondensatorze i pola magnetycznego w cewce, czyli drgania elektromagnetyczne!

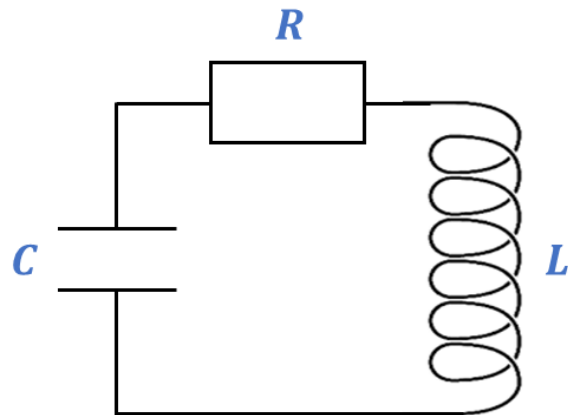
POLE MAGNETYCZNE 3

OBWÓD SZEREGOWY RLC

Opór w obwodzie powoduje straty energii (wydziela się ciepło)!

Energia zawarta w obwodzie maleje czego efektem są drgania tłumione!

Układ szeregowy RLC



$$U_L + U_R + U_C = 0$$

$$L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + R \cdot I + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = 0$$

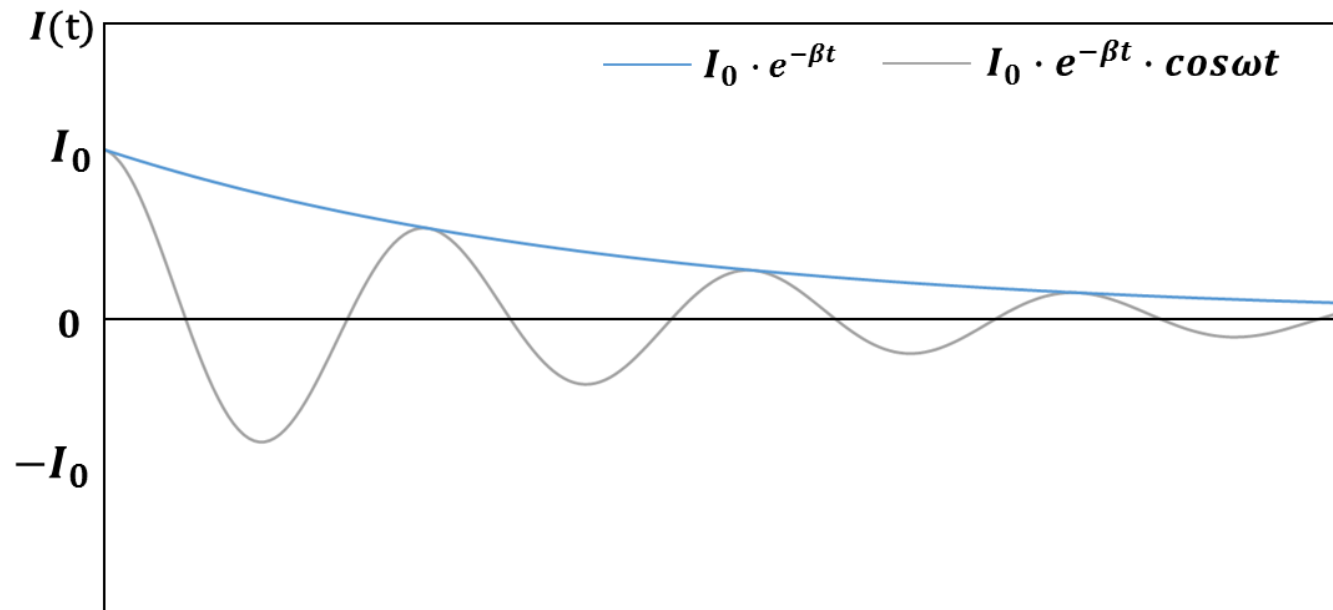
POLE MAGNETYCZNE 3

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = 0$$

Gdzie:

β – współczynnik tłumienia, $\beta = \frac{R}{2L}$.



POLE MAGNETYCZNE 3

Drgania w obwodzie RLC można podtrzymać podłączając do obwodu zewnętrzne źródło SEM sinusoidalnie zmiennej!

$$U_L + U_R + U_C = \varepsilon_0 \cdot \sin\omega t$$

$$L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + R \cdot I + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \cdot \sin\omega t$$

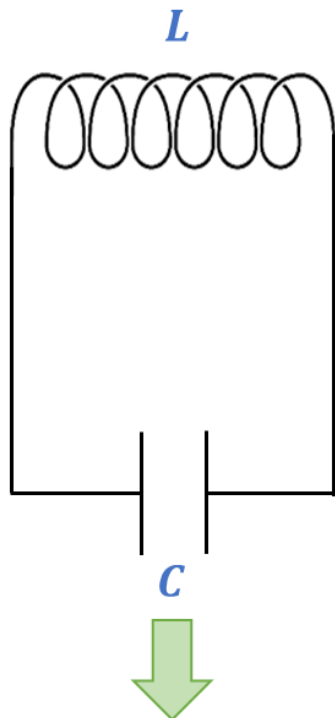
$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = \frac{\varepsilon_0}{L} \cdot \sin\omega t$$

Drgania ładunku, prądu i napięcia w obwodzie odbywają się z częstością zasilania (zewnętrznego źródła SEM)!

Tę częstość ω nazywamy częstością wymuszającą!

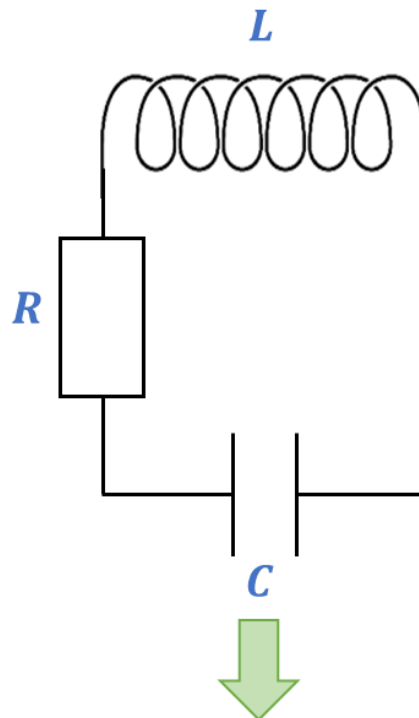
ANALOGIE UKŁADÓW ELEKTRYCZNYCH I MECHANICZNYCH

Układ LC



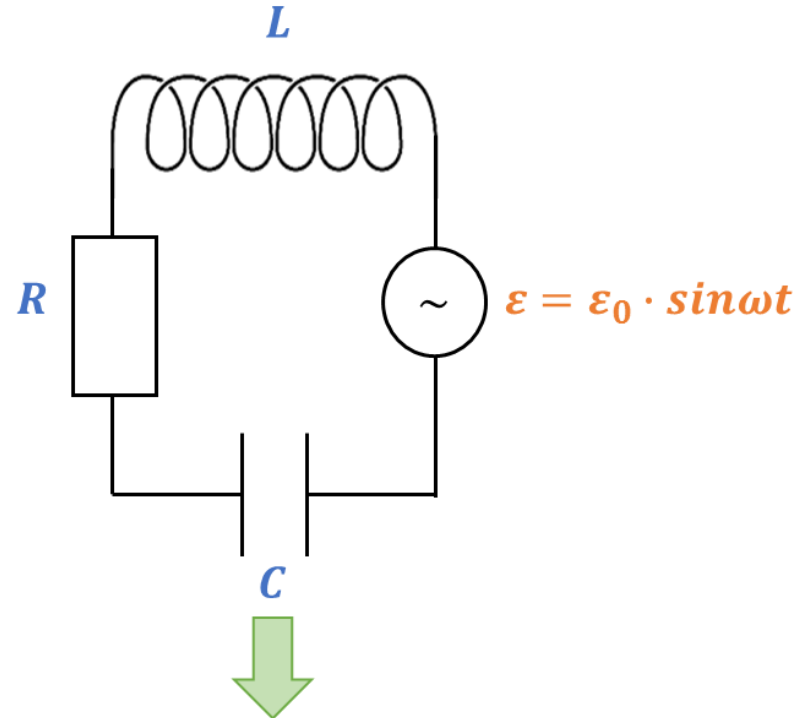
Oscylator harmoniczny

Układ RLC



Oscylator z tłumieniem

Układ RLC z SEM



Oscylator z wymuszeniem

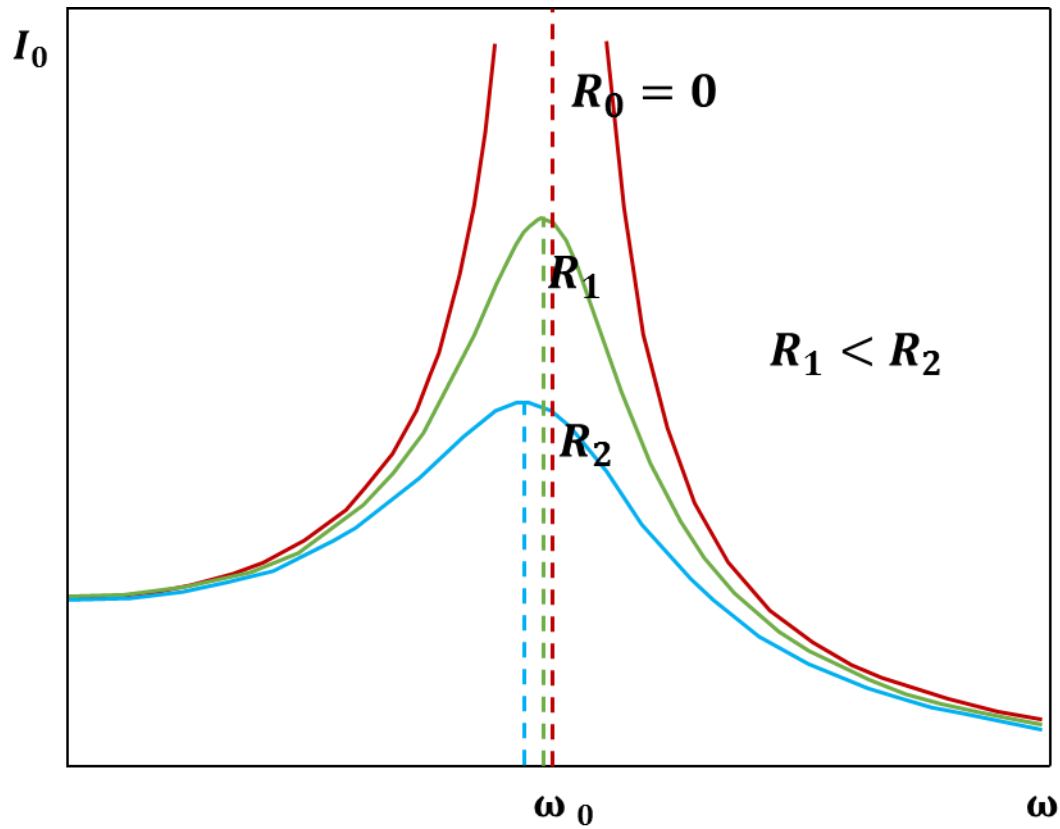
POLE MAGNETYCZNE 3

REZONANS ELEKTRYCZNY

1. Drgania wymuszone odbywają się z częstotliwością ω siły zewnętrznej.
2. Amplituda i faza drgań wymuszonych zależą od relacji między częstotliwością ω i ω_0 (częstotliwość własna układu).
3. Amplituda tych drgań osiąga maksimum dla pewnej charakterystycznej wartości częstotliwości ω .

Rezonans – gwałtowny wzrost amplitudy wywołany okresowo zmienną siłą wymuszającą. Może zajść nawet przy niewielkiej wartości siły wymuszającej.

POLE MAGNETYCZNE 3



Dla małego oporu R (słabe tłumienie) rezonans zachodzi dla:

$$\omega \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

POLE MAGNETYCZNE 3

MOC PRĄDU ZMIENNEGO

Dla układu RLC:

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

$$I(t) = I_0 \cdot \sin \omega t$$

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

Sinus różnicy kątów:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$P(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \sin \omega t \cdot (\sin \omega t \cdot \cos \varphi - \cos \omega t \cdot \sin \varphi)$$

$$P(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot (\sin^2 \omega t \cdot \cos \varphi - \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \varphi)$$

$$P(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \left(\sin^2 \omega t \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin 2\omega t \cdot \sin \varphi \right)$$

POLE MAGNETYCZNE 3

$$P(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \left(\sin^2 \omega t \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin 2\omega t \cdot \sin \varphi \right)$$

Moc średnia:

$$(\sin^2 \omega t)_{\acute{s}r} = \frac{1}{2}$$

$$(\sin 2\omega t)_{\acute{s}r} = 0$$

$$P_{\acute{s}r} = \frac{1}{2} U_0 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi$$

Średnia moc prądu zmiennego zależy od przesunięcia fazowego φ pomiędzy napięciem i prądem!

Można pokazać, że średnia moc prądu zmiennego wynosi:

$$P_{\acute{s}r} = \frac{I_0^2 \cdot R}{2}$$

POLE MAGNETYCZNE 3

Średnia moc prądu stałego wynosi:

$$P_{\acute{s}r}(I = const) = I^2 \cdot R$$

WARTOŚĆ SKUTECZNA NATĘŻENIA PRĄDU

Wartość skuteczna natężenia prądu zmiennego – natężenie prądu stałego, który, przepływając przez opornik idealny o nie zmieniającej się rezystancji, wydzieliłby na nim, w czasie jednego okresu T , lub jego wielokrotności, taką samą ilość energii cieplnej, jaką, w tym samym czasie, wydziela dany prąd okresowy.

$$P_{\acute{s}r} = P_{\acute{s}r}(I = const)$$

$$\frac{I_0^2 \cdot R}{2} = I^2 \cdot R$$

POLE MAGNETYCZNE 3

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Moc wydzielana przy przepływie prądu zmiennego o amplitudzie I_0 odpowiada mocy prądu stałego o natężeniu $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$!

Wartość skuteczna natężenia prądu zmiennego:

$$I_{sk} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$